INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 18.02.2012

CLASA a IX a

1. Fie $ABCD$ un patrulater înscris într-un cerc de centru O. Se notează cu H_1, H_2, H_3, H_4 respectiv ortocentrele triunghiurilor BCD, ACD, ABD şi ABC. Dacă G, G' sunt centrele de greutate ale patrulaterelor $ABCD$ şi $H_1H_2H_3H_4$ să se arate că punctele O, G, G' sunt coliniare.

Gazeta Matematică

2. Determinaţi $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ dacă a, x_1, b, x_2, c sunt în progresie aritmetică şi x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuaţiei $ax^2 + bx + c = 0$.

Victoria şi Dan Negulescu, Brăila

3. Se consideră triunghiul ΔABC, AD mediană, $D \in (BC)$ şi I_1, I_2 centrele cercurilor înscrise în ΔABD respectiv ΔADC. Atunci $\overrightarrow{I_1I_2} \parallel \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow AB = AC$.

Gheorghe Alexe, Brăila

4. Arătaţi că, oricare ar fi *a*, *b*, *c* numere reale pozitive, are loc inegalitatea:

$$\sqrt{\left(a^2+b^2+\frac{b^2}{a^2}+1\right)\left(b^2+c^2+\frac{c^2}{b^2}+1\right)\left(c^2+a^2+\frac{a^2}{c^2}+1\right)} \geq \left(\frac{ab}{c}+1\right)\left(\frac{bc}{a}+1\right)\left(\frac{ca}{b}+1\right).$$

Când are loc egalitatea?

Marius Damian, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.